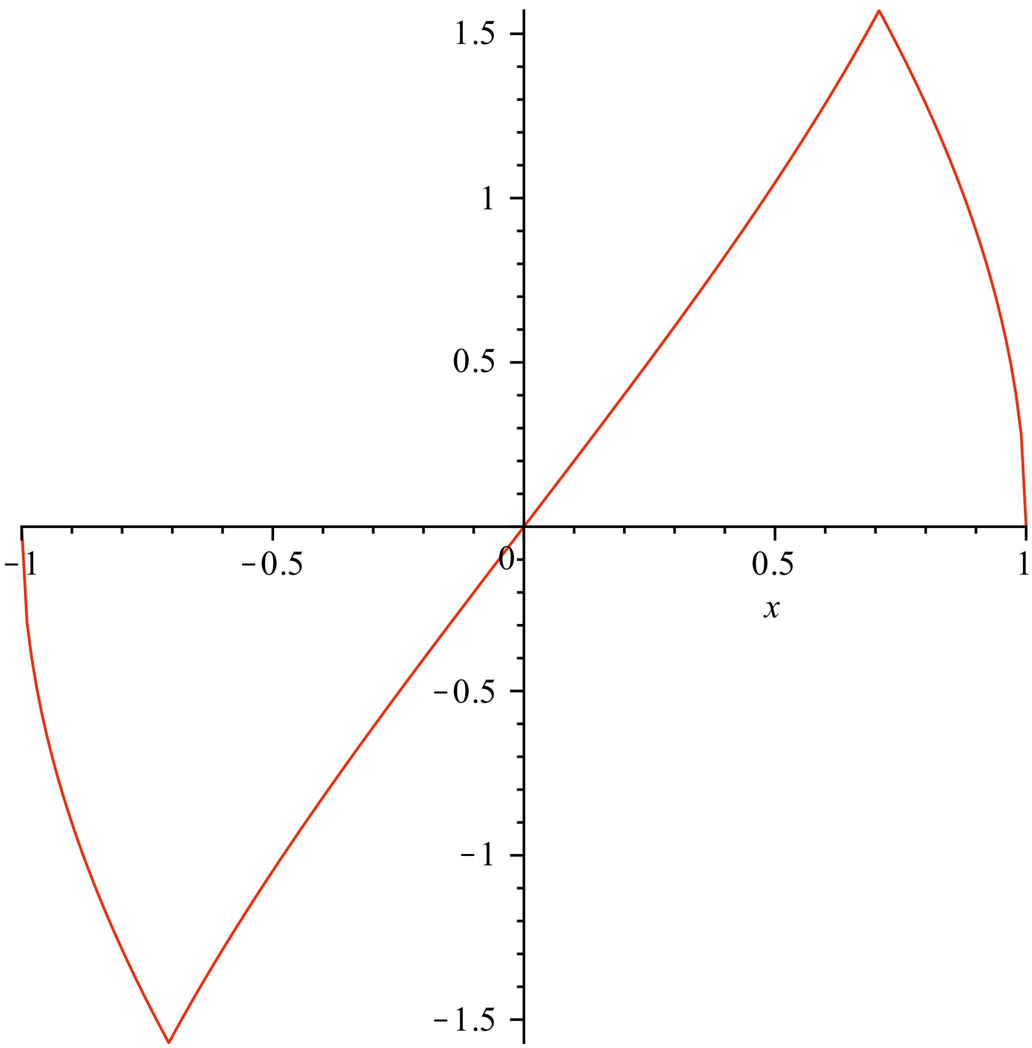
H2T16R.mw

Määritä funktion $f(x) = \arcsin\left(2\cdot x\cdot\sqrt{1-x^2}\right)$ suurin ja pienin arvo välillä [-1,1].
Tehtävä on hiukan ensivaikutelmaa ovelampi.

> $f := x \rightarrow \arcsin\left(2\cdot x\cdot \mathrm{sqrt}\left(1 - x^2\right)\right);$

$$f := x \rightarrow \arcsin\left(2\,x\,\sqrt{1 - x^2}\right) \tag{1}$$

> plot(f(x), x = -1.0 ..1.0);



>

>

> df := *diff*(f(x), *x*);

$$df := \frac{2\sqrt{1 - x^2} - \frac{2\,x^2}{\sqrt{1 - x^2}}}{\sqrt{\left(-1 + 2\,x^2\right)^2}} \tag{2}$$

> $dfs := simplify(df)$

$$dfs := -\frac{2\,\mathrm{csgn}\left(-1+2x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \textbf{(3)}$$

> $krp := solve(dfs = 0, x)$

$$krp := \frac{1}{2}\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{2} \qquad \textbf{(4)}$$

>

> $minp := [krp[2], f(krp[2])]$

$$minp := \left[-\frac{1}{2}\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\pi\right] \qquad \textbf{(5)}$$

> $evalf(minp)$

$$[-0.7071067810, -1.570796327] \qquad \textbf{(6)}$$

> $maxp := [krp[1], f(krp[1])]$

$$maxp := \left[\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\pi\right] \qquad \textbf{(7)}$$

> $evalf(maxp)$

$$[0.7071067810, 1.570796327] \qquad \textbf{(8)}$$

Hyvältä näytti, ja tuloskin on hyvin uskottava ja oikeakin. Mutta, tarkkaan ottaen väärin laskettu.
Palataan derivaattaan:

> $limit(dfs, x = krp[1], left)$

$$2\sqrt{2} \qquad \textbf{(9)}$$

> $limit(dfs, x = krp[1], right)$

$$-2\sqrt{2} \qquad \textbf{(10)}$$

Tämä merkitsee, että derivaatta on epäjatkuva krp:issä, käytännössä sitä, että derivaattaa ei niissä ole, kuten kuvastakin paistaa.
csgn-funktio antaa kuitenkin arvon 0, mikä johtuu siitä, että sievennys menee vikaan erikoispisteessä.

On helppo nähdä, että krp-pisteet ovat ainoat, joissa derivaatta vaihtaa merkkiä, mutta ne eivät siis ole derivaatan nollakohtia, vaan "ei-olemassaolokohtia", siis ainoat ehdokkaat min- ja max-pisteiksi.

Siksi edellä suoritettu virheellinen päättely muutettiin oikeaksi, ja tulos pysyi samana.

Valmiilla funktioilla minimize, maximize

> $minimize(\mathrm{f}(\mathrm{x}), x = -1..1, location)$

$$-\frac{1}{2}\pi, \left\{\left[\left\{x = -\frac{1}{2}\sqrt{2}\right\}, -\frac{1}{2}\pi\right]\right\} \tag{11}$$

> *maximize*(*f* (*x*), *x* =−1 ..1, *location*)

$$\frac{1}{2}\pi, \left\{\left[\left\{x = \frac{1}{2}\sqrt{2}\right\}, \frac{1}{2}\pi\right]\right\} \tag{12}$$

Samat tulokset, toivotaan, että tämä musta laatikko päätteli oikein!

> *interface*(*verboseproc* = 2) :   *# Avaa koodinlukumahdollisuuden.*

> *eval*(*minimize*) :
 # Jos poistat kaksoispisteen (:), näet koodin, vaikkei suoraa vastausta edelliseen saakaan ihan helposti.

Eipä tämä koodi tavalliselle amatöörikoodaajalle paljon kerro.